Technikum Nr 2 im. gen. Mieczysława Smorawińskiego w Zespole Szkół Ekonomicznych w Kaliszu

Wymagania edukacyjne z matematyki w zakresie rozszerzonym dla klasy trzeciej szkoły ponadpodstawowej z uwzględnieniem celów kształcenia i treści nauczania ujętych w podstawie programowej

Przedmiot: Matematyka

Klasa: III podbudowa szkoła podstawowa

MATeMAtyka3

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.

- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

1. PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadańw prostych przypadkach
• oblicza pole koła i pole wycinka koła
• oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniemokręgu
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łukuoraz wnioski z tego twierdzeniaw prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanegona trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach

• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadańw prostych przypadkach
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
• stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• opisuje własności wielokątów foremnych
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
• oblicza promieńokręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnymw prostych przypadkach
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadańw trudniejszych przypadkach
• oblicza pole figury,stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanegona trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanegow trójkąt
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanegona czworokącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt
• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• udowadniazależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności
• udowadnia zależności w wielokątach foremnycho podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii
• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów idowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności

2. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJALOGARYTMICZNA
Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
• oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podajejej własności
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• oblicza logarytm danej liczby
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmamiw prostych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
• oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej,znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji
• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych
• szkicuje w prostych przypadkachwykresy funkcji $y = \|f(x)\|$,$y = f(\|x\|)$, gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej $y = f(x)$
• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
• wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęgw trudniejszych przypadkach
• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń, w tym wykresy funkcji $y = \|f(x)\|$, $y = f(\|x\|)$w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i monotoniczności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej

• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanychz wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
• udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. $\log_2 3$

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• udowadniatwierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenieo działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu

3. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
● zaznacza kąt w układzie współrzędnych
● określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
● oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90°, 120°, 135°, 150°
● określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
● wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
● zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360° + \alpha, k \in \mathbf{Z}$
● zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
● odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
● szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
● szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
● szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi *OX*
● szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$oraz $y = \|f(x)\|$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – w prostych przypadkach
● uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
● oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
● wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
● stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
● zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90° \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$
● stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
● rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne

● posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080°
● stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
● wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
● szkicuje wykres funkcji okresowej
● stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
● stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
● szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$oraz $y = f(\|x\|)$, gdzie $y = f(x)$jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
● na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
● stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych
● oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
● udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia– w trudniejszych zadaniach
● stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
● stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
● stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

● wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta
● rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności
● rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia

4. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
● stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach

● wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
● stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
● oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
● stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
● podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu
● podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jestjego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
● wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
● podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
● opisuje koło w układzie współrzędnych
● sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
● rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną
● wykonuje działania na wektorach
● sprawdza, czy wektory są równoległe
● stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
● stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
● wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
● rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
● wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
● stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
● stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
● sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
● wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
● stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
● określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
● wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
● stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
● podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia
● opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
● stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
● stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

● wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
● rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

5. CIĄGI
Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
● wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
● szkicuje wykres ciągu
● wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
● wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
● podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
● uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
● wyznacza wyraz a_{n+1}ciągu określonego wzorem ogólnym
● bada monotoniczność ciągu– w prostszych przypadkach
● wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach
● wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
● podaje przykłady ciągów arytmetycznych
● wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
● określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
● wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
● stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
● sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
● oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
● podaje przykłady ciągów geometrycznych
● wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
● wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
● określa monotoniczność ciągu geometrycznego
● sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
● oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
● wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
● stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
● oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
● oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach
● ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
● ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości– w prostych przypadkach

● podaje granice ciągów $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$, $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$, gdy $a > 0$
● rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
● stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$
● oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
● sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
● oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
● bada monotoniczność ciągów
● rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
● rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
● rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
● stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
● uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
● stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę *n* początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
● rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
● oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach
● stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
● uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
● oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
● wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
● stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
● rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
● zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

● rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
● rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
● wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru
● uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

6. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY
Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
● oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
● oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
● wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
● sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
● oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
● stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią *OX* – w prostych przypadkach
● wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
● wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
● stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
● wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
● stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
● korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
● podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
● wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
● uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
● wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
● rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
● podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
● szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
● uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
● oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
● stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie

● oblicza granice funkcji w nieskończoności
● wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
● bada ciągłość funkcji
● wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
● stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
● oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
● stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w trudniejszych przypadkach
● uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
● stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
● wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
● wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
● wyznacza pochodną funkcji złożonej
● stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
● wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
● uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
● wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
● wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
● uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
● rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
● wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
● rozwiązuje zadania optymalizacyjne
● bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

● wyprowadza wzory na pochodne funkcji
● wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
● **wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji**
● rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności