Technikum Nr 2 im. gen. Mieczysława Smorawińskiego w Zespole Szkół Ekonomicznych w Kaliszu

Wymagania edukacyjne z matematyki w zakresie podstawowym i rozszerzonym dla klasy trzeciej szkoły ponadpodstawowej z uwzględnieniem celów kształcenia i treści nauczania ujętych w podstawie programowej

Przedmiot: Matematyka

Klasa: III podbudowa szkoła podstawowa

MATeMAtyka 3

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.

- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

1. FUNKCJE WYMIERNE
Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$(w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
• przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, wzdłuż osi *OX* albo wzdłuż osi *OY*, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
• dobiera wzór funkcji do jej wykresu
• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
• upraszcza wyrażenia wymierne w prostych przypadkach
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje równania wymierne w prostych przypadkach, podaje i uwzględnia założenia
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych w prostych przypadkach
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach
• wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$, gdzie$x \in \mathbf{R}\setminus\{p\}$ i $a \neq 0$, i wyznacza równania jej asymptot
• wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
• określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek
• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
• rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach
• podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przekształca wzór funkcji danej w postaci $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ do postaci $f(x) = \frac{r}{x-p} + q$ oraz szkicuje jej wykres
• stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności

2. TRYGONOMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenie Pitagorasa w prostych przypadkach
• wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60°
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
• podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych

•	oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
•	stosuje wzory: $\sin(180^{\circ}-\alpha)=\sin\alpha$, $\cos(180^{\circ}-\alpha)=-\cos\alpha$, $\mathrm{tg}(180^{\circ}-\alpha)=-\mathrm{tg}\alpha$do obliczania wartości wyrażenia
•	oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
•	stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P=\frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a: $P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
•	rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
•	oblicza pola czworokątów
•	wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskichw prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

•	wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
•	wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
•	wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
•	uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
•	stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach praktycznych
•	stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
•	uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^{\circ}-\alpha$
•	wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
•	przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
•	oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta; znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych
•	stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta: $$P=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$$
•	stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta
•	oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
•	wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
•	uzasadnia związki miarowe w czworokątach
•	dowodzi prawdziwości wzoru $P=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

•	przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

3. PLANIMETRIA
Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• oblicza pole koła i pole wycinka koła
• oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
• opisuje własności wielokątów foremnych
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• oblicza pole figury ,stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
• stosuje wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ do obliczania pola trójkąta

• uzasadnia wzory $P=\frac{abc}{4R}$ i $P=\frac{a+b+c}{2}\cdot r$
• bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności
• zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego
• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku
• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny
• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności
• udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
• udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie

4. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA
Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym
• upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w prostych przypadkach
• oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych albo przez symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• oblicza logarytm danej liczby
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu – do prostych obliczeń
• odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami – w prostych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
• wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu

● wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie – w prostych przypadkach
● szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych albo symetrię względem osi układu współrzędnych
● rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym, korzystając z własności funkcji wykładniczej lub funkcji logarytmicznej – w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w trudniejszych przypadkach
● porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej – w trudniejszych przypadkach
● szkicuje wykres funkcji, stosując złożenie przekształceń
● odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności
● wyjaśnia, jak należy przekształcić wykres funkcji, aby otrzymać wykres innej funkcji
● wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu i liczby logarytmowanej
● stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
● odczytuje z wykresu funkcji logarytmicznej zbiór rozwiązań nierówności
● wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
● rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej, w tym zadania z parametrem
● udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. $\log_2 3$

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

● rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
● udowadnia twierdzenia o działaniach na logarytmach